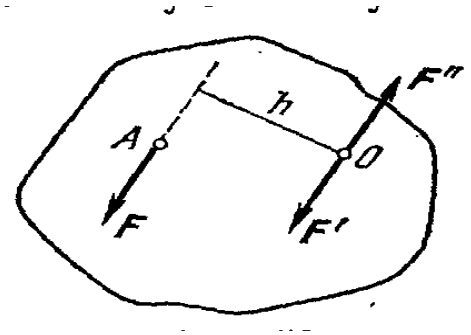
Лекция № 8.

Пространственная система сил.

Силы, расположенные на плоскости произвольно. Теорема Пуансо. Приведение плоской системы сил к одному центру.

Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.

Не изменяя действия силы на тело ее можно переносить параллельно своему начальному направлению в любую точку тела, присоединяя при этом некоторую пару.

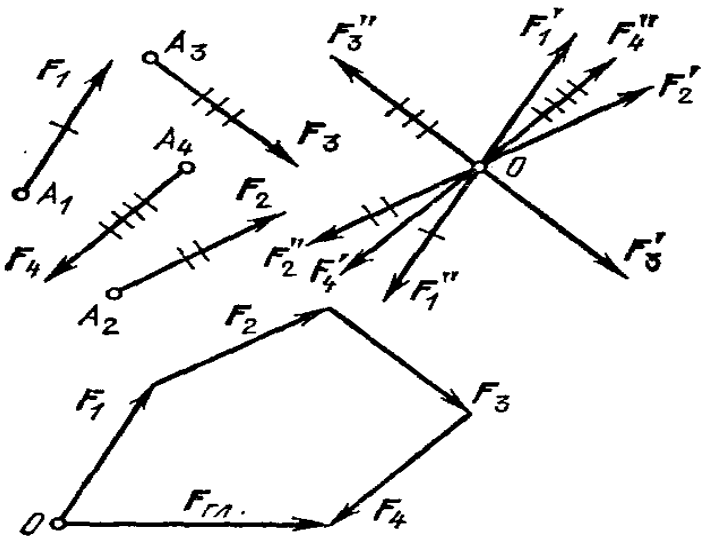


Силу и пару, лежащие в одной плоскости, всегда можно заменить одной силой, равной данной силе, перенесенной параллельно своему начальному направлению в некоторую другу точку.

Параллельный перенос силы является не только весьма плодотворным формальным приемом, но в ряде случаев соответствует и физической сущности явлений.

Приведение плоской системы сил к одному центру. Главный вектор и главный момент.

Имеем систему нескольких, например четырех, сил F_1, F_2, F_3 и F_4, расположенных как угодно на плоскости. Возьмем в плоскости действия сил произвольную точку О. Назовем эту точку центром приведения и поочередно приведем к ней, пользуясь теоремой Пуансо, все данные силы. В результате приведения получим систему сил F'_1 F'_2 F'_3 F'_4, приложенных в этой точке, и систему пар $(F_1F'_1)$; $(F_2F'_2)$; $(F_3F'_3)$; $(F_4F'_4)$.



Приложенные в одной точке О силы F'_1 F'_2 F'_3 F'_4 можем сложить по правилу силового многоугольника и, следовательно, заменить одной эквивалентной им силой $F_{гл}$ равной их геометрической сумме. Так как силы F'_1; F'_2; F'_3; F'_4 геометрически равны данным силам F_1; F_2; F_3; F_4, то

$$F_{гл} = F'_1+F'_2+F'_3+F'_4 = F_1+F_2+F_3+F_4 = \Sigma F_n$$

Вектор $F_{гл}$ равный геометрической сумме всех сил данной системы, является главным вектором этой системы:

$$F_{гл}=\Sigma F_n$$

Модуль и направление главного вектора можно найти:

$$F_{гл} = \sqrt{X_{гл}^2 + У_{гл}^2} = \sqrt{(\sum X_n)^2 + (\sum У_n)^2}$$

$$Cos(F_{гл}, x) = \frac{X_{гл}}{F_{гл}} \qquad \text{и} \qquad Cos(F_{гл}, y) = \frac{У_{гл}}{F_{гл}}$$

Алгебраическая сумма моментов всех данных сил, расположенных произвольно на плоскости, относительно какой-либо точки О называется главным моментом данной плоской системы сил относительно этой точки:

Всякую плоскую систему сил всегда можно заменить одной силой, равной главному вектору системы и приложенной в произвольной точке О, и парой, момент которой равен главному моменту данной системы сил относительно той же точки.

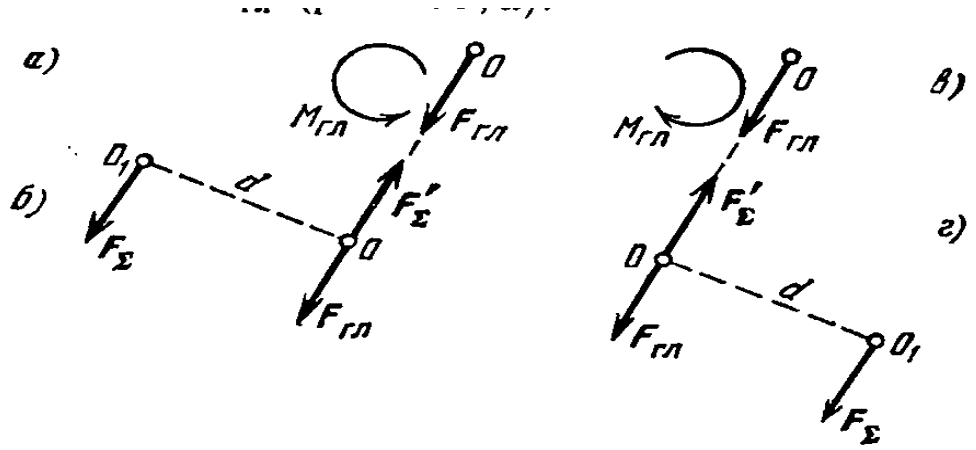
Модуль и направление главного вектора не зависят от выбора центра О приведения. Численное значение и знак главного момента зависят, вообще говоря, от выбора центра приведения,

Случай, когда плоская система сил приводится к одной паре.

Главный вектор $F_{гл}$ данной плоской системы сил будет равен нулю, если построенный для нее силовой многоугольник окажется замкнутым. Этого условия было бы вполне достаточно для равновесия сходящихся сил. Но в случае произвольного расположения сил на плоскости система эквивалентна не одной силе, равной геометрической сумме сил, а совокупности этой силы, приложенной в произвольном центре О приведения, и пары, момент которой равен главному моменту M_o относительно выбранного центра О приведения. Следовательно, если главный вектор данной плоской системы сил равен нулю, а ее главный момент не равен нулю, то эта система эквивалентна паре, момент которой равен алгебраической сумме моментов всех данных сил относительно любой точки плоскости.

Случай, когда плоская система сил приводится к равнодействующей.

Пусть данная система сил приводится к какому-то главному вектору, приложенному в произвольном центре О приведения, и к какой-то паре с положительным моментом.



Пару всегда можно переносить в ее плоскости как угодно. При этом направление вращения пары должно остаться неизменным, оно должно быть противоположно направлению вращения часовой стрелки.

Итак, если главный вектор данной плоской системы сил не равен нулю, то эта система приводится к равнодействующей, равной по модулю и направлению главному вектору $F_{гл}$

Сила, равная главному вектору системы и приложенная в центре О приведения, не является в общем случае произвольного расположения сил на плоскости их равнодействующей; такая система эквивалентна, вообще говоря, совокупности силы и пары. При произвольном расположении сил на плоскости система может и не иметь равнодействующей, а приводиться к паре.

Задание для самостоятельной работы.

Выполнить тест и оформить конспект

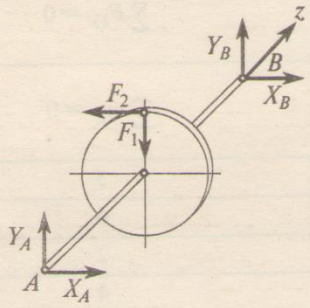
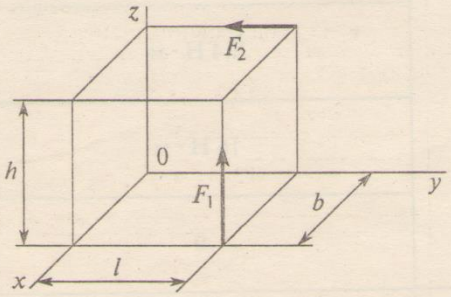
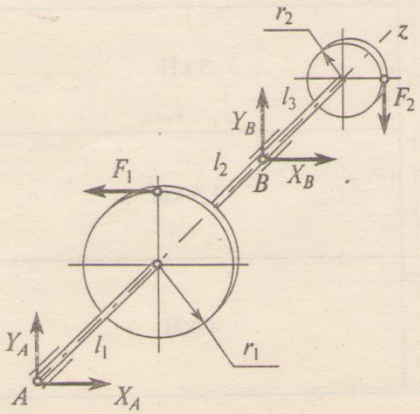
Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов – М.: Высшая школа, 2000. § 1.24-1.26

Олофинская В.П. Техническая механика: Сборник тестовых заданий. – М., Форум- Инфра-М, 2002.

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

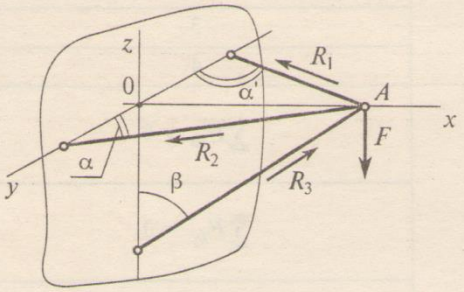
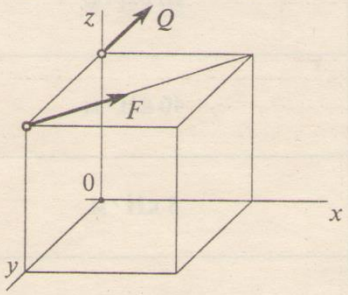
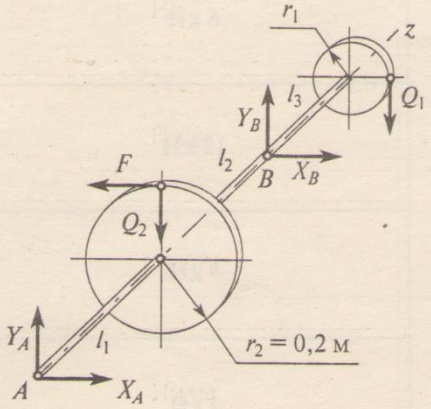
Пространственная система сил **Тема 1.5** **Вариант 1**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать формулу для расчета главного вектора пространственной системы сил	$F_{\sum x} + F_{\sum y} + F_{\sum z}$	1
	$\sqrt{F^2_{\sum x} + F^2_{\sum y} + F^2_{\sum z}}$	2
	$\sqrt{F^2_{\sum x} + F^2_{\sum y}}$	3
	$\sqrt{(\sum m^2_{kx}) + (\sum m^2_{ky})}$	4
2. Сколько неизвестных величин можно найти, используя уравнения равновесия пространственной системы сходящихся сил?	6	1
	2	2
	3	3
	4	4
3. Какие уравнения равновесия нужно использовать, чтобы найти X_A? 	$\sum F_{kx} = 0$	1
	$\sum F_{ky} = 0$	2
	$\sum m_{Bx} = 0$	3
	$\sum m_{By} = 0$	4
4. Определить сумму моментов сил относительно $0y$, если $F_1 = 4$ кН; $F_2 = 2$ кН; $b = 10$ м; $h = 20$ м; $l = 30$ м 	80 кН · м	1
	40 кН · м	2
	8 кН · м	3
	24 кН · м	4
5. Найти X_B, зная, что $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 20$ кН; $X_A = 6$ кН; $r_1 = 0{,}4$ м; $r_2 = 0{,}2$ м; $l_1 = 0{,}8$ м; $l_2 = 1{,}2$ м; $l_3 = 0{,}5$ м 	6 кН	1
	12 кН	2
	9 кН	3
	4 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

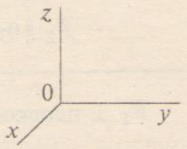
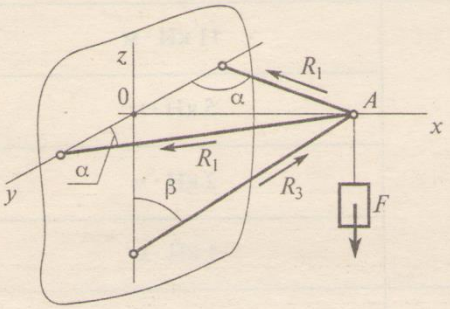
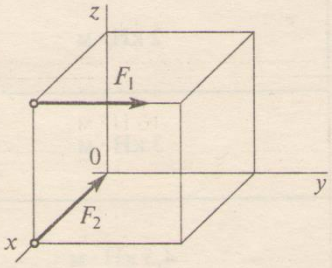
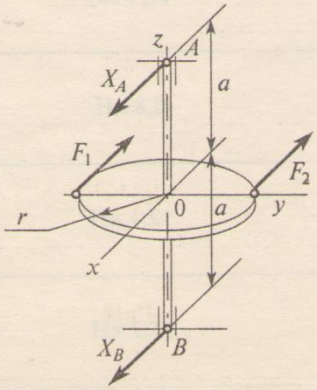
Пространственная система сил **Тема 1.5** **Вариант 2**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать формулу для расчета главного момента пространственной системы сил	$\sqrt{(\sum m_{kx})^2 + (\sum m_{ky})^2}$	1
	$\sqrt{F^2_{\sum x} + F^2_{\sum y} + F^2_{\sum z}}$	2
	$\sqrt{F^2_{\sum x} + F^2_{\sum y}}$	3
	$\sqrt{(\sum m_{kx})^2 + (\sum m_{ky})^2 + (\sum m_{kz})^2}$	4
2. Какое уравнение равновесия нужно использовать, чтобы найти R_1? 	$\sum F_{kx} = 0$	1
	$\sum F_{ky} = 0$	2
	$\sum F_{kz} = 0$	3
	$\sum m_A = 0$	4
3. Сколько неизвестных величин можно найти, используя уравнения равновесия пространственной системы сходящихся сил?	3	1
	6	2
	2	3
	4	4
4. Определить сумму моментов сил относительно оси $0x$, если $F = 16$ Н; $Q = 10$ Н; сторона куба 0,75 м 	12 Н · м	1
	8,4 Н · м	2
	16 Н · м	3
	0	4
5. Найти X_A, зная, что $F = 7{,}5$ кН; $Q_1 = 15$ кН; $Q_2 = 3$ кН; $r_1 = 0{,}1$ м, $l_1 = 0{,}6$ м, $l_2 = 0{,}4$ м, $l_3 = 0{,}2$ м 	7,5 кН	1
	3 кН	2
	4,5 кН	3
	4 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

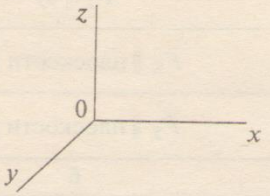
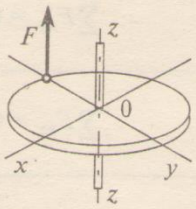
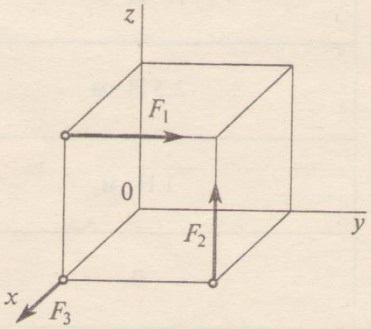
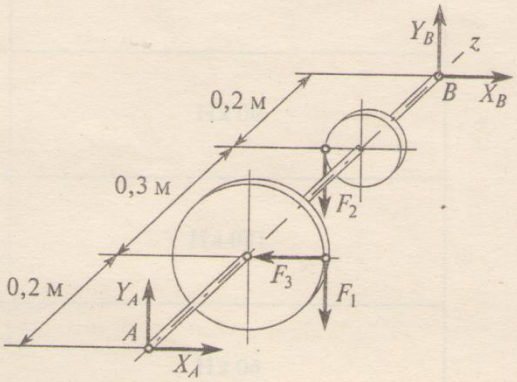
Пространственная система сил **Тема 1.5** **Вариант 3**

Вопросы	Ответы	Код
1. Что можно сказать о главном векторе системы сил F_Σ, если $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} \neq 0$; $\sum F_{kz} \neq 0$ 	$\bar{F}_\Sigma \parallel 0x$	1
	$\bar{F}_\Sigma \parallel 0y$	2
	$\bar{F}_\Sigma \parallel$ плоскости $y0x$	3
	$\bar{F}_\Sigma \parallel$ плоскости $y0z$	4
2. Сколько неизвестных величин можно найти, используя уравнения равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил?	6	1
	2	2
	3	3
	4	4
3. Какое уравнение равновесия нужно использовать, чтобы определить R_3? 	$\sum F_{kx} = 0$	1
	$\sum F_{ky} = 0$	2
	$\sum F_{kz} = 0$	3
	$\sum m_A = 0$	4
4. Определить сумму моментов сил относительно $0z$, если $F_1 = 2$ Н; $F_2 = 13$ Н, а сторона куба 0,5 м 	0,7 Н · м	1
	2,5 Н · м	2
	1 Н · м	3
	0	4
5. Определить реакцию X_A опоры A $F_1 = 2F_2 = 120$ кН; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}3$ м; $\bar{F}_1 \parallel \bar{F}_2 \parallel 0x$ 	54 кН	1
	90 кН	2
	180 кН	3
	60 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

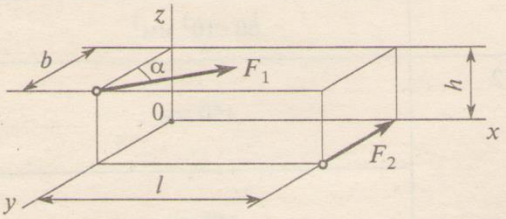
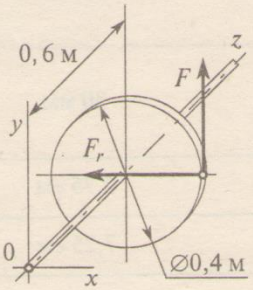
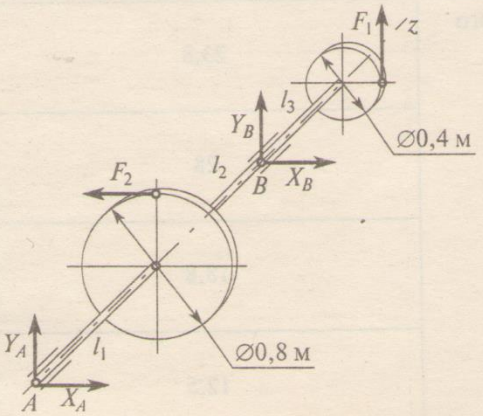
Пространственная система сил **Тема 1.5** **Вариант 4**

Вопросы	Ответы	Код
1. Что можно сказать о равнодействующей пространственной системы сил, если $F_{\Sigma x} \neq 0$; $F_{\Sigma y} = 0$; $F_{\Sigma z} = 0$ 	$\bar{F}_\Sigma \parallel 0x$	1
	$\bar{F}_\Sigma \parallel 0y$	2
	$\bar{F}_\Sigma \perp$ плоскости $x0y$	3
	$\bar{F}_\Sigma \parallel$ плоскости $z0y$	4
2. Сколько независимых уравнений равновесия можно записать для пространственной системы параллельных сил?	3	1
	6	2
	4	3
	2	4
3. Найти момент силы относительно оси $0x$ диаметр колеса 0,4 м; $F = 5$ кН 	11 кН · м	1
	5 кН · м	2
	2 кН · м	3
	1 кН · м	4
4. Определить сумму моментов относительно начала координат $F_1 = 2$ Н; $F_2 = 5$ Н; $F_3 = 3$ Н; сторона куба 0,5 м 	1,5 кН · м	1
	2 кН · м	2
	3 кН · м	3
	4,5 кН · м	4
5. Найти X_A, если $F_1 = 48$ кН; $F_2 = 96$ кН; $F_3 = 15$ кН 	10, 7 кН	1
	6,8 кН	2
	12,1 кН	3
	15,2 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

Пространственная система сил **Тема 1.5** **Вариант 5**

Вопросы	Ответы	Код
1. По заданным проекциям равнодействующей найти ее модуль $F_{\Sigma x} = 4{,}125$ Н; $F_{\Sigma y} = 12$ Н; $F_{\Sigma z} = 8$ Н	15 Н	1
	24,1 Н	2
	4,9 Н	3
	6,4 Н	4
2. Сколько неизвестных величин можно найти, используя уравнения равновесия сходящейся пространственной системы сил?	6	1
	2	2
	3	3
	4	4
3. Определить алгебраическую сумму моментов сил относительно оси $0y$, если $F_1 = 10$ Н; $F_2 = 8$ Н; $l = 0,8$ м; $h = 0,7$ м; $b = 0,2$ м; $\alpha = 60°$ 	3,5 Н · м	1
	6,8 Н · м	2
	4 Н · м	3
	6 Н · м	4
4. Определить алгебраическую сумму моментов сил относительно оси $0x$ $F = 10$ Н; $F_r = 12$ Н 	2 Н · м	1
	5 Н · м	2
	4 Н · м	3
	6 Н · м	4
5. Найти Y_B, зная, что $F_1 = 8$ кН; $F_2 = 4$ кН; $l_1 = 0,8$ м; $l_2 = 1,2$ м; $l_3 = 0,5$ м 	8 кН	1
	2 кН	2
	20 кН	3
	10 кН	4