Лекция № 6.

Плоская система произвольно расположенных сил.

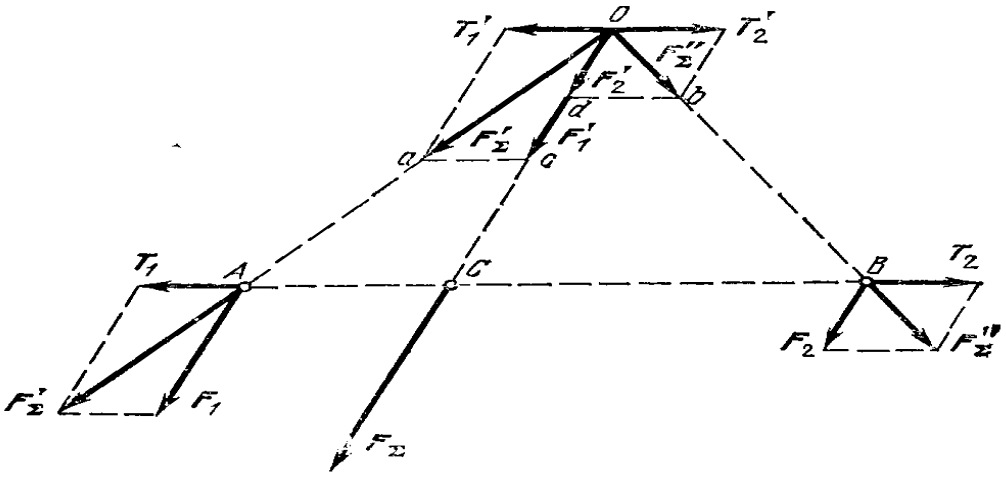
Система двух параллельных сил.

Сложение двух параллельных сил, направленных в одну сторону.

Правило параллелограмма для сложения параллельных сил непосредственно неприменимо, так как точка пересечения параллельных сил лежит в бесконечности.

Для того чтобы вывести правило сложения двух параллельных сил, заменим эти силы эквивалентной системой двух сходящихся сил.

Рассмотрим сначала систему двух параллельных сил F_1 и F_2, направленных в одну сторону. В точках приложения этих сил А и В приложим две равные по модулю силы T_1 и T_2 направленные в противоположные стороны по прямой АВ. Сложив теперь по правилу параллелограмма силу F_1 с силой T_1 и силу F_2 с силой T_2 получим две сходящиеся силы F_Σ' и F_Σ''. Перенесем силы F_Σ' и F_Σ'' вдоль их линий действия в точку О пересечения этих линий. Для определения модуля и линии действия равнодействующей данных сил произведем теперь обратные действия: силу F_Σ' разложим на две составляющие F_1' и T_1' параллельные силам F_1 и T_1. Из попарного равенства параллелограммов, построенных при точках А, В и О, следует, что полученные составляющие F_1' и T_1' и F_2' и T_2' соответственно равны по модулю силам F_1 и T_1 и F_2 и T_2. Таким образом, система двух параллельных сил свелась к системе четырех сил, приложенных к одной точке О.



Равные по модулю и направленные по одной прямой в противоположные стороны силы T_1' и T_2' взаимно уравновешиваются, и их можно отбросить. Остаются две силы F_1' и F_2' , направленные по одной прямой в одну сторону. Их равнодействующая F_Σ направлена по той же прямой, параллельной линиям действия данных сил, в ту же сторону и по модулю равна их сумме:

$$F_\Sigma = F_1+F_2$$

Найдем теперь положение линии действия равнодействующей, для чего определим положение точки С пересечения этой линии с прямой АВ.

Из подобия треугольников ОАС и Оас следует АС/ОС= =ас/Ос, или, принимая во внимание пропорциональность сторон силового треугольника модулям соответствующих сил, получим $\frac{AC}{OC}=\frac{T_1}{F_1}$

Из подобия же треугольников ОСВ и Odb следует $\frac{CB}{OC}=\frac{db}{Od}$ или $\frac{CB}{OC}=\frac{T_2}{F_2}$

Разделив первую пропорцию на вторую и принимая во внимание, что $T_1 = T_2$, получим $\frac{AC}{CB}=\frac{F_2}{F_1}$

Последнюю формулу можно представить и в другом виде:

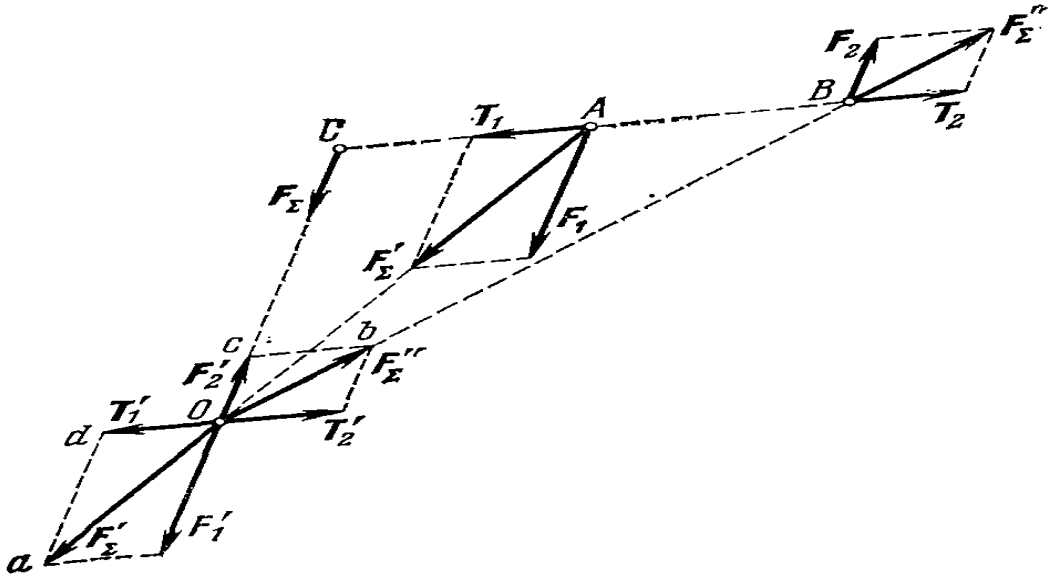
$$\frac{F_2}{AC}=\frac{F_1}{CB}=\frac{F_1+F_2}{AC+CB}=\frac{F_\Sigma}{AB}$$

<u>Равнодействующая двух параллельных сил, направленных в одну сторону, им параллельна, направлена в ту же сторону и равна по модулю их</u>

сумме; линия действия равнодействующей лежит между линиями действия составляющих сил на расстояниях от них, обратно пропорциональных модулям этих сил.

Сложение двух не равных по модулю параллельных сил, направленных в противоположные стороны.

Две направленные в противоположные стороны, не равные по модулю параллельные силы F_2 и F_1, причем $F_2 < F_1$. Проделаем преобразование, подобное предыдущему. К точкам приложения данных сил A и B приложим две равные по модулю силы T_1 и T_2, направленные в противоположные стороны по прямой AB. Сложим силу F_1 с силой T_1, а силу F_2, с силой T_2 и перенесем полученные равнодействующие F_Σ' и F_Σ'' вдоль их линий действия в точку O пересечении этих линий.



Произведем теперь разложение сил F_Σ' и F_Σ'' на составляющие F_1', T_1', F_2' и T_2' соответственно равные по модулю и направлению силам F_1, F_2, T_1 и T_2; т.к. силы T_1' и T_2' взаимно уравновешиваются, получим две силы F_1', F_2' направленные по одной прямой в противоположные стороны. Их равнодействующая F_Σ направлена по той же прямой, параллельной линии действия данных сил, в сторону большей силы и по модулю равна их разности:

$$F_\Sigma = F_1 - F_2$$

Положение точки С пересечения линий действия равнодействующей F_Σ с прямой АВ определяется из подобия соответствующих треугольников,

Из подобия треугольников ОАС и аОd следует $\frac{CA}{OC} = \frac{Od}{ad}$ или $\frac{CA}{OC} = \frac{T_1}{F_1}$

Из подобия же треугольников ОСВ и Осb следует $\frac{CB}{OC} = \frac{cb}{Oc}$ или $\frac{CB}{OC} = \frac{T_2}{T_1}$

Разделив первую пропорцию на вторую и принимая во внимание, что $T_1 = T_2$, получим $\frac{CA}{CB} = \frac{F_2}{F_1}$

Эту формулу также можно представить в виде:

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{CA} = \frac{F_1 - F_2}{CB - CA} = \frac{F_\Sigma}{AB}$$

Равнодействующая двух не равных по модулю параллельных сил, направленных в противоположные стороны, им параллельна, направлена в сторону большей силы и равна по модулю их разности; линия действия равнодействующей лежит за большей силой на расстояниях от линий действия составляющих сил, обратно пропорциональных модулям этих сил.

Разложение силы на две параллельные ей составляющие.

Разложение есть действие, обратное сложению, и его можно производить при помощи формул. При разложении силы на две параллельные ей составляющие как в случае, когда эти составляющие направлены в одну сторону, так и в случае, когда они направлены в противоположные стороны, мы будем иметь два уравнения, в которые будут входить четыре неизвестные величины: модули двух составляющих и расстояния линий их действия от линии действия равнодействующей. Поэтому данная задача, как и задача разложения силы на сходящиеся составляющие, в общей постановке является за дачей неопределенной. Для определенности задачи нужно иметь дополнительные условия.

1. расстояния линий действия искомых составляющих F_1 и F_2 до линии действия данной силы;

2. модуль одной из составляющих сил и расстояние ее линии действия до линии действия данной силы;

3. модуль одной из искомых составляющих сил и расстояние от линии действия данной силы до линии действия другой искомой составляющей силы.

Задание для самостоятельной работы.

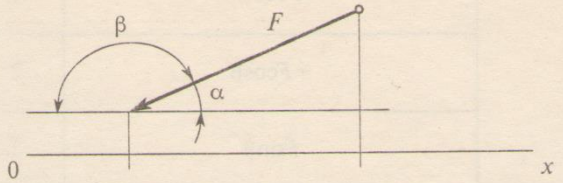
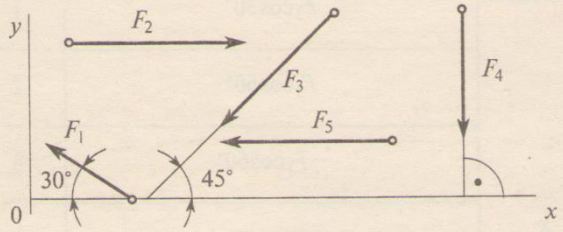
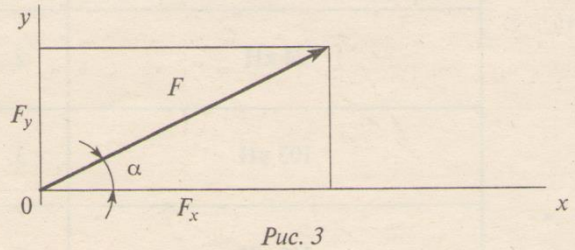
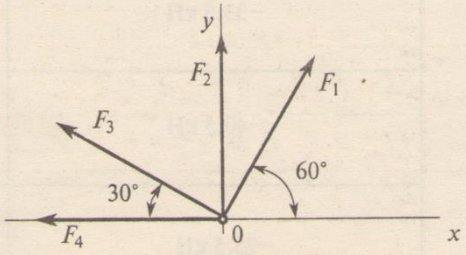
Оформить конспект и ответить на тестовое задание.

Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов – М.: Высшая школа, 2000. § 1.14-1.17

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

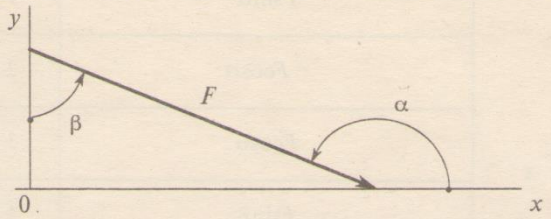
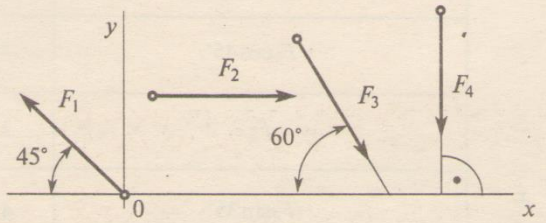
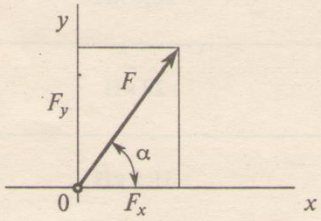
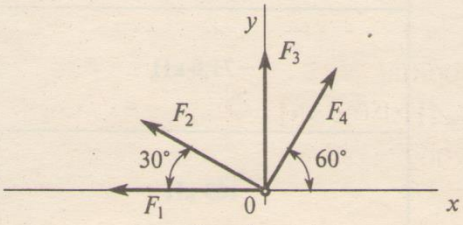
Проекции сил на оси **Тема 1.2** **Вариант 1**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать выражение для расчета проекции силы F на ось $0x$  *Рис. 1*	$F\sin\alpha$	1
	$-F\cos\alpha$	2
	$F\cos\alpha$	3
	$F\sin\beta$	4
2. Выбрать выражение для расчета проекции силы F_3 на ось $0y$  *Рис. 2*	$F_3\cos45°$	1
	$-F_3\cos45°$	2
	F_3	3
	$-F_3\sin35°$	4
3. Рассчитать величины проекций силы F_5 и F_1 на ось $0x$ (*рис.2*), если $F_5 = 16$ кН; $F_1 = 34{,}6$ кН. Определить сумму проекций этих сил	−46 кН	1
	28 кН	2
	−16 кН	3
	−30 кН	4
4. Определить величину силы по ее известным проекциям на две взаимноперпендикулярные оси координат, если $F_y = 13$ кН; $F_x = 16$ кН  *Рис. 3*	13 кН	1
	20,6 кН	2
	29 кН	3
	31,5 кН	4
4. Рассчитать проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось $0x$ $F_1 = 25$ кН $F_2 = 30$ кН $F_3 = 40$ кН $F_4 = 8$ кН  *Рис. 4*	−30,1 кН	1
	46,5 кН	2
	−71,6 кН	3
	103 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

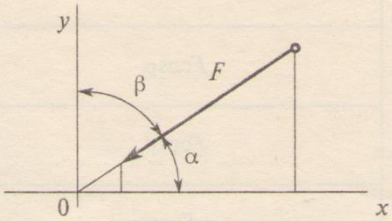
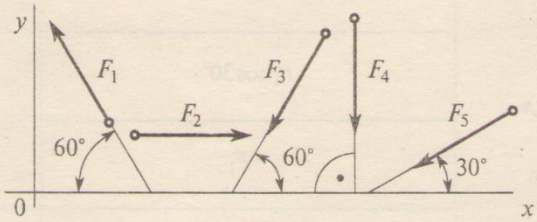
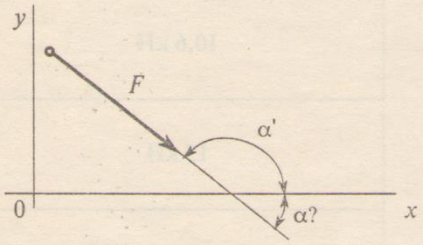
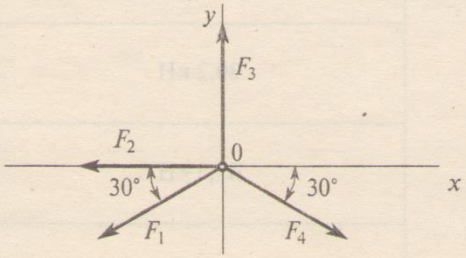
Проекции сил на оси **Тема 1.2** **Вариант 2**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать выражение для расчета проекции силы F на ось $0y$  *Рис. 1*	$F\cos\alpha$	1
	$-F\cos\beta$	2
	$F\sin\beta$	3
	$-F\cos\alpha$	4
2. Выбрать выражение для расчета проекции силы F_3 на ось $0x$  *Рис. 2*	$F_3\cos 30°$	1
	$F_3\cos 60°$	2
	$-F_3\cos 60°$	3
	$F_3\sin 120°$	4
3. Рассчитать сумму проекций всех сил системы на ось $0y$ (*рис. 2*), если $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 15{,}6$ кН; $F_3 = 8$ кН; $F_4 = 24$ кН	−6,9 кН	1
	−14 кН	2
	−23,9 кН	3
	6,9 кН	4
4. Определить величину силы по ее известным проекциям на две взаимноперпендикулярные оси координат, если $F_x = 8$ кН; $F_y = 16$ кН  *Рис. 3*	17,9 кН	1
	24 кН	2
	103 кН	3
	319 кН	4
5. Рассчитать проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось $0x$ $F_1 = 20$ кН $F_2 = 30$ кН $F_3 = 15$ кН $F_4 = 25$ кН  *Рис. 4*	−25 кН	1
	−33,5 кН	2
	−40,5 кН	3
	75,5 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

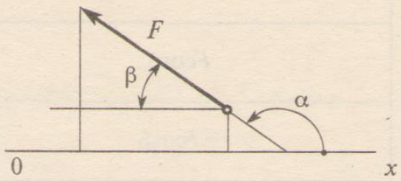
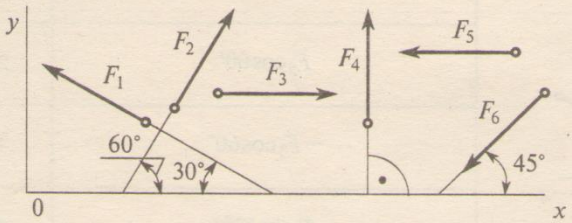
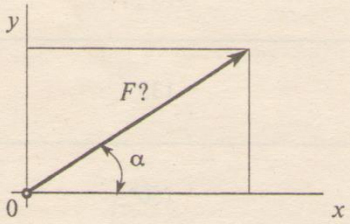
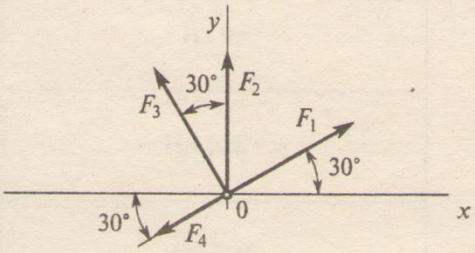
Проекции сил на оси **Тема 1.2** **Вариант 3**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать выражение для расчета проекции силы F на ось $0y$  *Рис. 1*	$F\cos\alpha$	1
	$F\cos\beta$	2
	$-F\cos\beta$	3
	$-F\cos\alpha$	4
2. Выбрать выражение для расчета проекции силы F_5 на ось $0x$  *Рис. 2*	$-F_5\cos 30°$	1
	$F_5\cos 60°$	2
	$-F_5\cos 60°$	3
	$F_5\sin 120°$	4
3. Рассчитать сумму проекций всех сил системы на ось $0y$ (*рис. 2*), если $F_1 = 5$ кН; $F_2 = 22$ кН; $F_3 = 40$ кН; $F_4 = 8$ кН; $F_5 = 50$ кН	−63,3 кН	1
	−71,9 кН	2
	−93 кН	3
	−115 кН	4
4. Определить угол α между силой F и осью $0x$, если известна величина силы и ее проекция на ось $0x$, если $F = 50$ кН; $F_x = 43{,}3$ кН;  *Рис. 3*	30°	1
	60°	2
	135°	3
	150°	4
5. Рассчитать проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось $0x$, если $F_1 = 15$ кН; $F_2 = 24$ кН; $F_3 = 20$ кН; $F_4 = 10$ кН  *Рис. 4*	−7 кН	1
	−9 кН	2
	−28,3 кН	3
	26,5 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

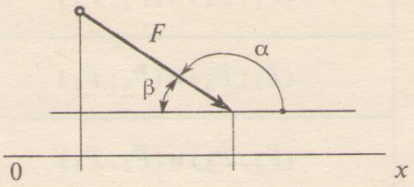
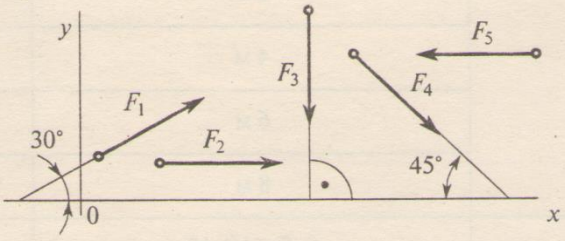
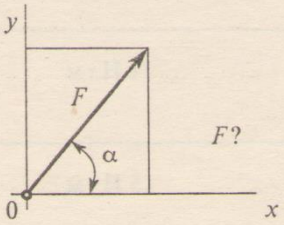
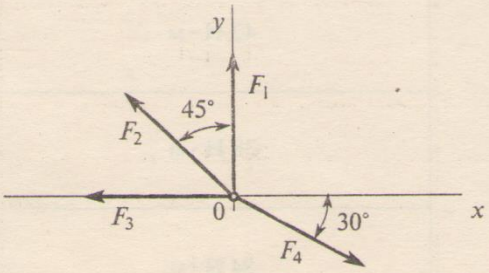
Проекции сил на оси **Тема 1.2** **Вариант 4**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать выражение для расчета проекции силы F на ось $0x$  *Рис. 1*	$F\sin\alpha$	1
	$F\cos\alpha$	2
	$F\cos\beta$	3
	$-F\cos\alpha$	4
2. Выбрать выражение для расчета проекции силы F_1 на ось $0y$  *Рис. 2*	$F_1\cos60°$	1
	$F_1\cos30°$	2
	$-F_1$	3
	$-F_1\cos60°$	4
3. Рассчитать величину проекции силы F_6 на ось $0x$ (*рис. 2*), если $F_6 = 28$ кН	−22,5 кН	1
	−19,8 кН	2
	−12,6 кН	3
	19,6 кН	4
4. Определить величину силы по известным проекциям этой силы на две взаимноперпендикулярные оси координат, если $F_y = 7$ кН $F_x = 8$ кН  *Рис. 3*	7,3 кН	1
	10,6 кН	2
	15 кН	3
	19,3 кН	4
5. Рассчитать проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось $0y$ $F_1 = 16$ кН; $F_2 = 15$ кН; $F_3 = 20$ кН; $F_4 = 10$ кН  *Рис. 4*	28,7 кН	1
	30,2 кН	2
	35,3 кН	3
	61 кН	4

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

Проекции сил на оси **Тема 1.2** **Вариант 5**

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать выражение для расчета проекции силы F на ось $0x$  *Рис. 1*	$F\sin\alpha$	1
	$F\cos\beta$	2
	$F\cos\alpha$	3
	$-F\sin\alpha$	4
2. Выбрать выражение для расчета проекции силы F_1 на ось $0y$  *Рис. 2*	$F_1\cos 30°$	1
	$-F_1\sin 30°$	2
	$F_1\cos 60°$	3
	F_1	4
3. Рассчитать величину проекции силы F_4 на ось $0x$ (*рис. 2*), если $F_4 = 42$ кН	42 кН	1
	−33 кН	2
	−29 кН	3
	29,7 кН	4
4. Определить величину силы по ее известным проекциям на две взаимноперпендикулярные оси координат, если $F_x = 11$ кН, $F_y = 15$ кН  *Рис. 3*	27 кН	1
	18,6 кН	2
	21,3 кН	3
	34,7 кН	4
5. Рассчитать проекцию равнодействующей системы сходящихся сил на ось $0y$ $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 25$ кН; $F_3 = 5$ кН; $F_4 = 8$ кН  *Рис. 4*	17,5 кН	1
	23 кН	2
	32 кН	3
	48 кН	4