Практическое занятие №8

Тема: «Вычисление интегралов при помощи формул Чебышева»

Цель: получение практических навыков численного интегрирования при помощи квадратурной формулы Чебышева

Предварительная подготовка: изучить материал параграфа «Квадратурная формула Чебышева» (по конспекту).

Количество часов: 2 часа

Оборудование: калькулятор.

Краткая теория

Квадратурная формула Чебышева $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} f(z_i)$

где $z_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}x_i, i = 1,2,...,n$, а x_i -принимают значения, указанные в таблице

Число ординат	Значение абсцисс
n=2	$-x_1 = x_2 = 0.577350$
n=3	$-x_1 = x_3 = 0.707107$, $x_2 = 0$
n=4	$-x_1 = x_4 = 0.794654$,$-x_2 = x_3 = 0.187592$
n=5	$-x_1 = x_5 = 0.832498$,$-x_2 = x_4 = 0.374541$, $x_3 = 0$
n=6	$-x_1 = x_6 = 0.866247$,$-x_2 = x_5 = 0.422519$,$-x_3 = x_4 = 0.266635$

Пояснение к работе

Задание. Вычислить интеграл по формуле Чебышева, применяя для оценки точности двойной пересчет (при n_1=4 и n_2=5).

$$\mathrm{I} = \int_{1,6}^{2,7} \frac{x+0,8}{\sqrt{x^2+1,2}}dx.$$

В данном примере $z_i = \frac{2,7+1,6}{2} + \frac{2,7-1,6}{2}x_i = 2,15 + 0,55x_i$, а значения x_i берем из таблицы квадратурных коэффициентов Чебышева. Вычисления удобно располагать в таблице.

При $n = 4$ имеем:

x_i	$z_i = 2,15 + 0,55x_i$,	$f(z_i) = \frac{z_i + 0.8}{\sqrt{z_i^2 + 1.2}}$
-0,794654	1,71294	1,235914
-0,187592	2,046824	1,226272
0,187592	2,253176	1,21866
0,794654	2,58706	1,205605
		$\sum = 4,886451$

Следовательно, $\mathrm{I} \approx (2.7-1.6)/4 \cdot 4,886451 = 1,3438$.

При $n = 5$ имеем:

x_i	$z_i = 2,15 + 0,55x_i$,	$f(z_i) = \frac{z_i + 0.8}{\sqrt{z_i^2 + 1.2}}$
-0,832498	1,692126	1,23632
-0,374541	1,944002	1,229722
0	2,15	1,222552
0,374541	2,355998	1,214679
0,832498	2,607874	1,20479
		$\sum = 6,108063$

Следовательно, $\mathrm{I} \approx (2.7-1.6)/5 \cdot 6,108063 = 1,3438$.

Ответ: при n=4 интеграл равен $\mathrm{I} \approx 1,3438$; при n=5 интеграл равен $\mathrm{I} \approx 1,3438$

Задание

Задание. Вычислить интеграл по формуле Чебышева, применяя для оценки точности двойной пересчет (при $n_1=4$ и $n_2=5$).

Вариант	Задание	Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\int_{-0,5}^{1,3}\frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+1}};$	2	$\int_{-2,5}^{-1,3}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+1,8}};$	3	$\int_{2}^{3,2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}dx;$
4	$\int_{0,5}^{1,6}\frac{x^2+0,5}{\sqrt{x^2+1}}dx;$	5	$\int_{0,6}^{2}\frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+2}};$	6	$\int_{2,2}^{3,4}\frac{x^2dx}{\sqrt{x+1}};$
7	$\int_{1,2}^{2}\frac{x-0,5}{\sqrt{x^2-1}}dx;$	8	$\int_{0,2}^{1,11}\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+2,5}dx;$	9	$\int_{2,2}^{3,8}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2}}dx;$
10	$\int_{0,2}^{2,4}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+2}dx;$	11	$\int_{0,4}^{1,8,}\frac{x^2+1,4}{\sqrt{x^2+0,2}}dx;$	12	$\int_{1}^{2,6}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}};$
13	$\int_{0,8}^{1,6}\frac{0,5x+2}{\sqrt{x^2+1}}dx;$	14	$\int_{0,8}^{1,5}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+2,4}};$	15	$\int_{-0,4}^{1,6}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}dx;$
16	$\int_{-0,8}^{1,4}\frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+4}};$	17	$\int_{-0,4}^{1,8}\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}}dx;$	18	$\int_{2,6}^{3,4}\frac{x+0,5}{\sqrt{x^2+1,5}}dx;$
19	$\int_{0,8}^{2}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+2}};$	20	$\int_{1,6}^{2,8}\frac{x^2dx}{\sqrt{x+1,2}};$	21	$\int_{2,4}^{3,2}\frac{x^2dx}{\sqrt{x+2}};$
22	$\int_{0,2}^{2}\frac{x+0,5}{\sqrt{x^2+1}}dx;$	23	$\int_{0,6}^{1,8}\frac{x^2dx}{\sqrt{x+1,7}};$	24	$\int_{0,7}^{1,5}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}dx;$
25	$\int_{0,2}^{2,5}\frac{\sqrt{x^2+2}}{x+2}dx;$	26	$\int_{2,2}^{2,8}\frac{(4-x)dx}{\sqrt{x^2+1}};$	27	$\int_{1,4}^{2,6}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+2,5}};$
28	$\int_{2,2}^{3,4}\frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}};$	29	$\int_{0,4}^{1,7}\frac{x+2,2}{\sqrt{x^2+1}}dx.$	30	$\int_{0,4}^{1,6}\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}dx;$

Отчет должен содержать

1. Название, цель и задание работы.
2. Подробное решение задания.
3. Ответ, содержащий обоснование полученных результатов и выводов.

Контрольные вопросы

1. Общая постановка задачи численного интегрирования.
2. Геометрический смысл определенного интеграла
3. Квадратурная формула Гаусса.