Лабораторная работа № 3

Тема: «Нахождение первоначального опорного плана транспортной задачи линейного программирования»

Цель работы: Получение практических навыков решения транспортных задач линейного программирования в соответствии с алгоритмом решения.

Предварительная подготовка: спец. дисциплина «Математические методы»

Количество часов: 2 часа

Краткая теория

Найти решение транспортной задачи представленной в виде транспортной таблицы распределительным методом.

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	2 **30**	1 **20**	3	3	2	5	50
A_2	3	2 **30**	2 **10**	4	3	4	40
A_3	3	5	4 **10**	2 **40**	+4 **10**	1	60
A_4	4	2	2	1	2 **20**_	2 + **11**	31
Заявки b_j	30	50	20	40	30	11	181

Решение. *Проверка выполнение условия баланса*

$$\sum_{i=1}^{4} a_i = 50+40+60+31=181 \text{ и } \sum_{j=1}^{6} b_j = 30+50+20+40+30+11=181.$$

Так как выполняется условие баланса, т.е. $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, имеем транспортную задачу с правильным балансом, и может приступать к построению первоначального плана.

Найдем начальный план перевозок с помощью метода северо-западного угла.

Т.к. для найденного плана выполняются балансовые условия (9.1) (m-условия) и (9.2) (n-условия) то полученный план является допустимым.

Для проверки вырожденности допустимого плана найдем расчетное и фактическое количество базисных переменных.

Расчетное количество базисных перевозок равно $r = m+n-1 = 4+6-1 = 9$

Фактическое количество равно $\tilde{r} = 9$.

Т.к. выполняется равенство $r = \tilde{r}$, то следовательно полученный план является опорным и можно непосредственно приступить к определению оптимального плана транспортной задачи.

Для начала найдем значение суммарной стоимости перевозок по формуле (9.3):

$$L = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6} x_{ij} \cdot c_{ij} = 30\cdot 2 + 20\cdot 1 + 30\cdot 2 + 10\cdot 2 + 10\cdot 4 + 40\cdot 2 + 10\cdot 4 + 20\cdot 2 + 11\cdot 2 = 382.$$

Далее каждой пустой клетки (для каждого вектора условий a^{ij} не включенного в базис) строим цепочку и по формуле (9.9) находим соответствующие оценки Δ_{ij}. Результаты построения и расчетов для наглядности сведем в следующую таблицу:

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{13}	$\{1,3\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	1-2+2-3=-2
a^{14}	$\{1,4\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,4\}$	1-2+2-4+2-3=-4
a^{15}	$\{1,5\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,5\}$	1-2+2-4+4-2=-1
a^{16}	$\{1,6\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\}$	1-2+2-4+4-2+2-5=-4
a^{21}	$\{2,1\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-1+2-3=0
a^{24}	$\{2,4\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,4\}$	2—4+2-4=-4
a^{25}	$\{2,5\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,5\}$	2-4+4-3=-1
a^{26}	$\{2,6\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\}$	2-4+4-2+2-4=-2
a^{31}	$\{3,1\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	4-2+2-1+2-3=2
a^{32}	$\{3,2\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	4-2+2-5=-1
a^{36}	$\{3,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\}$	4-2+2-1=3
a^{41}	$\{4,1\},\{4,5\},\{3,5\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-4+4-2+2-1+2-4=-1
a^{42}	$\{4,2\},\{4,5\},\{3,5\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	2-4+4-2+2-2=0
a^{43}	$\{4,3\},\{4,5\},\{3,5\},\{3,3\}$	2-4+4-2=0
a^{44}	$\{4,4\},\{4,5\},\{3,5\},\{3,4\}$	2-4+2-1=-1

Ищем среди оценок Δ_{ij} положительные. Т.к. положительные оценки имеются, следовательно, данный опорный план не является оптимальным и необходимо перейти к новому опорному плану.

Среди положительных оценок Δ_{ij} находим максимальную, ей соответствует вектор условий a^{36}. Следовательно, вектором условий вводимый в базис является вектор $a^{\text{st}} = a^{36}$. Выписываем цепочку, соответствующую вектору a^{36}:

$\{3,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\}$,

На концах горизонтальных звеньев находим минимальную перевозку x_{ij}. Это перевозка $x_{pq} = x_{35} = 10$. Таким образом, вектор условий $a^{pq} = a^{35}$, является вектором выводимым из базиса.

Далее осуществляем пересчет транспортной таблицы по правилам пересчета (9.10)-(9.13):

$(x_{st})_{\text{новое}} = (x_{pq})_{\text{старое}}$;

$(x_{ij})_{\text{новое}} = (x_{ij})_{\text{старое}} - (x_{pq})_{\text{старое}}$ если клетка с индексом $\{i,\ j\}$ лежит на конце горизонтального звена цепочки;

$(x_{ij})_{\text{новое}} = (x_{ij})_{\text{старое}} + (x_{pq})_{\text{старое}}$ если клетка с индексом $\{i,\ j\}$ лежит на конце вертикального звена цепочки;

$\left(x_{ij}\right)_{\text{новое}} = \left(x_{ij}\right)_{\text{старое}}$ если в непустой клетке $\{i,\ j\}$ старой транспортной таблицы цепочка не терпит разрыва (изгиба).

В результате получаем транспортную таблицу II-ой итерации.

Итерация II

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	2 **30**	1 **20**	3	3	2	5	50
A_2	3	2 **30**	2 **10**	4	3	4	40
A_3	3	5	+ 4 **10**	2 **40**	4	1 − **10**	60
A_4	4	2	2	1	2 **30**	2 + **1**	31
Заявки b_j	30	50	20	40	30	11	181

После пересчета проверяем выполнение балансовых условий (9.1), (9.2).

Найдем значение суммарной стоимости перевозок по формуле (9.3):

$$L = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6} x_{ij}\cdot c_{ij} = 30\cdot 2 + 20\cdot 1 + 30\cdot 2 + 10\cdot 2 + 10\cdot 4 + 40\cdot 2 + 10\cdot 1 + 30\cdot 2 + 1\cdot 2 = 352\,.$$

Далее каждой пустой клетки строим цепочку и по формуле (9.9) находим соответствующие оценки Δ_{ij}. Результаты приведены в таблице:

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{13}	$\{1,3\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	1-2+2-3=-2
a^{14}	$\{1,4\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,4\}$	1-2+2-4+2-3=-4
a^{15}	$\{1,5\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,6\},\{4,6\},\{4,5\}$	1-2+2-4+1-2+2-2=-4
a^{16}	$\{1,6\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,6\}$	1-2+2-4+1-5=-7
a^{21}	$\{2,1\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-1+2-3=0
a^{24}	$\{2,4\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,4\}$	2—4+2-4=-4
a^{25}	$\{2,5\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,6\},\{4,6\},\{4,5\}$	2-4+1-2+2-3=-4
a^{26}	$\{2,6\},\{2,3\},\{3,3\},\{3,6\}$	2-4+1-4=-5
a^{31}	$\{3,1\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,\ 1\}$	4-2+2-1+2-3=2
a^{32}	$\{3,2\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	4-2+2-5=-1
a^{35}	$\{3,5\},\{3,6\},\{4,6\},\{4,5\}$	1-2+2-4=-3
a^{41}	$\{4,1\},\{4,6\},\{3,6\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,\ 1\}$	2-1+4-2+2-1+2-4=2
a^{42}	$\{4,2\},\{4,6\},\{3,6\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	2-1+4-2+2-2=3
a^{43}	$\{4,3\},\{4,6\},\{3,6\},\{3,3\}$	2-1+4-2=3
a^{44}	$\{4,4\},\{4,6\},\{3,6\},\{3,4\}$	2-1+2-1=2

Т.к. среди оценок Δ_{ij} имеются положительные, следовательно, данный опорный план не является оптимальным.

Максимальной положительной оценкой является оценка $\Delta_{42} = 3$ и $\Delta_{43} = 3$. Произвольно выберем в качестве максимальной оценку соответствующая вектору условий a^{43}. Таким образом, вектор вводимым в базис будет являться вектор условий $a^{st} = a^{43}$. На основе построенной цепочки $\{4, 3\}, \{4, 6\}, \{3, 6\}, \{3, 3\}$ находим вектор условий выводимый из базиса $a^{pq} = a^{46}$, путем определения минимальной перевозки $x_{pq} = x_{46} = 1$ находящийся на концах горизонтальных звеньев.

Затем осуществляем пересчет элементов транспортной таблицы по формулам (9.10)-(9.13).

В результате получаем транспортную таблицу III-ей итерации.

Итерация III

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	+ 2 **30**	− 1 **20**	3	3	2	5	50
A_2	3	2 + **30**	− 2 **10**	4	3	4	40
A_3	3	5	4 + **9**	2 **40**	4	1 **11**	60
A_4	4	2	2 **1**	1	2 **30**	2	31
Заявки b_j	30	50	20	40	30	11	181

После пересчета проверяем выполнение балансовых условий (9.1), (9.2).

Найдем значение суммарной стоимости перевозок по формуле (9.3):

$$L = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{6} x_{ij} \cdot c_{ij} = 30 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 40 \cdot 2 + 11 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 349$$

Далее каждой пустой клетки строим цепочку и по формуле (9.9) находим соответствующие оценки Δ_{ij}. Результаты приведены в таблице:

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{13}	$\{1, 3\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{2, 3\}$	1-2+2-3=-2
a^{14}	$\{1, 4\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 3\}, \{3, 4\}$	1-2+2-4+2-3=-4
a^{15}	$\{1, 5\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{2, 3\}, \{4, 3\}, \{4, 5\}$	1-2+2-2+2-2=-1
a^{16}	$\{1, 6\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 3\}, \{3, 6\}$	1-2+2-4+1-5=-7
a^{21}	$\{2, 1\}, \{2, 2\}, \{1, 2\}, \{1, 1\}$	2-1+2-3=0
a^{24}	$\{2, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 3\}, \{3, 4\}$	2-4+2-4=-4
a^{25}	$\{2, 5\}, \{2, 3\}, \{4, 3\}, \{4, 5\}$	2-2+2-3=-1
a^{26}	$\{2, 6\}, \{2, 3\}, \{3, 3\}, \{3, 6\}$	2-4+1-4=-5
a^{31}	$\{3, 1\}, \{3, 3\}, \{2, 3\}, \{2,2\}, \{1, 2\}, \{1, 1\}$	4-2+2-1+2-3=2

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{32}	$\{3,2\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	4-2+2-5=-1
a^{35}	$\{3,5\},\{3,3\},\{4,3\},\{4,5\}$	4-2+2-4=0
a^{41}	$\{4,1\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-2+2-1+2-4=-1
a^{42}	$\{4,2\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	2-2+2-2=0
a^{44}	$\{4,4\},\{4,3\},\{3,3\},\{3,4\}$	2-4+2-1=-1
a^{46}	$\{4,6\},\{4,3\},\{3,3\},\{3,6\}$	2-4+1-1=-2

Т.к. среди оценок Δ_{ij} имеются положительные, следовательно, данный опорный план не является оптимальным.

Максимальной положительной оценкой является оценка $\Delta_{31}=2$, таким образом, вектор вводимым в базис будет являться вектор условий $a^{st}=a^{31}$. На основе построенной цепочки $\{3,1\},\{3,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$ определяем минимальную перевозку $x_{pq}=x_{33}=9$ находящейся на концах горизонтальных звеньев. Следовательно, вектор условий выводимый из базиса есть $a^{pq}=a^{33}$.

Далее осуществляем пересчет элементов транспортной таблицы по формулам (9.10)-(9.13).

В результате получаем транспортную таблицу IV-ой итерации.

Итерация IV

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	+ 2 **21**	– 1 **29**	3	3	2	5	50
A_2	3	2 + **21**	– 2 **19**	4	3	4	40
A_3	3 - **9**	5	4	+ 2 **40**	4	1 **11**	60
A_4	4	2	2 + **1**	1	2 **30**	2	31
Заявки b_j	30	50	20	40	30	11	181

После пересчета проверяем выполнение балансовых условий (9.1), (9.2).

Найдем значение суммарной стоимости перевозок по формуле (9.3):

$$L=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}x_{ij}\cdot c_{ij}=21\cdot 2+29\cdot 1+21\cdot 2+19\cdot 2+9\cdot 3+40\cdot 2+11\cdot 1+1\cdot 2+30\cdot 2=320.$$

Далее каждой пустой клетки строим цепочку и по формуле (9.9) находим соответствующие оценки Δ_{ij}. Результаты приведены в таблице:

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{13}	$\{1,3\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	1-2+2-3=-2
a^{14}	$\{1,4\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$	2-3+2-3=-2
a^{15}	$\{1,5\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\},\{4,3\},\{4,5\}$	1-2+2-2+2-2=-1

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{16}	$\{1,6\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,6\}$	2-3+1-5=-5
a^{21}	$\{2,1\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-1+2-3=0
a^{24}	$\{2,4\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$	2-1+2-3+2-4=-2
a^{25}	$\{2,5\},\{2,3\},\{4,3\},\{4,5\}$	2-2+2-3=-1
a^{26}	$\{2,6\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,6\}$	2-1+2-3+1-4=-3
a^{32}	$\{3,2\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\}$	3-2+1-5=-3
a^{33}	$\{3,3\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	3-2+1-2+2-4=-2
a^{35}	$\{3,5\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\},\{2,2\},\{4,3\},\{4,5\}$	3-2+1-2+2-2+2-4=-2
a^{41}	$\{4,1\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-2+2-1+2-4=-1
a^{42}	$\{4,2\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\}$	2-2+2-2=0
a^{44}	$\{4,4\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$	2-2+2-1+2-3+2-1=1
a^{46}	$\{4,6\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,6\}$	2-2+2-1+2-3+1-1=0

Имеется положительная оценка $\Delta_{44}=1$, следовательно, данный опорный план не является оптимальным. В базис вводится вектор условий $a^{st}=a^{44}$.

В построенной цепочке $\{4,4\},\{4,3\},\{2,3\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$ определяем минимальную перевозку $x_{pq}=x_{43}=1$ находящейся на концах горизонтальных звеньев. Следовательно, вектор условий выводимый из базиса является вектор $a^{pq}=a^{43}$.

Далее осуществляем пересчет элементов транспортной таблицы по формулам (9.10)-(9.13).

В результате получаем транспортную таблицу V-ой итерации.

Итерация V

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	2 **20**	1 **30**	3	3	2	5	50
A_2	3	2 **20**	2 **20**	4	3	4	40
A_3	3 **10**	5	4	2 **39**	4	1 **11**	60
A_4	4	2	2	1 **1**	2 **30**	2	31
Заявки b_j	30	50	20	40	30	11	181

После пересчета проверяем выполнение балансовых условий (9.1), (9.2).

Найдем значение суммарной стоимости перевозок по формуле (9.3):

$$L=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}x_{ij}\cdot c_{ij}=20\cdot 2+30\cdot 1+2\cdot 2+20\cdot 2+10\cdot 3+39\cdot 2+11\cdot 1+1\cdot 1+30\cdot 2=319.$$

Далее каждой пустой клетки строим цепочку и по формуле (9.9) находим соответствующие оценки Δ_{ij}. Результаты приведены в таблице:

Вектор a^{ij}	Массив номеров клеток входящих в цепочку	Оценка Δ_{ij}
a^{13}	$\{1,3\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	1-2+2-3=-2
a^{14}	$\{1,4\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$	2-3+2-3=-2
a^{15}	$\{1,5\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\},\{4,4\},\{4,5\}$	2-3+2-1+2-2=0
a^{16}	$\{1,6\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,6\}$	2-3+1-5=-5
a^{21}	$\{2,1\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\}$	2-1+2-3=0
a^{24}	$\{2,4\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\}$	2-1+2-3+2-4=-2
a^{25}	$\{2,5\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,4\},\{4,4\},\{4,5\}$	2-1+2-3+2-1+2-3=0
a^{26}	$\{2,6\},\{2,2\},\{1,2\},\{1,1\},\{3,1\},\{3,6\}$	2-1+2-3+1-4=-3
a^{32}	$\{3,2\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\}$	3-2+1-5=-3
a^{33}	$\{3,3\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	3-2+1-2+2-4=-2
a^{35}	$\{3,5\},\{3,4\},\{4,4\},\{4,5\}$	2-1+2-4=-1
a^{41}	$\{4,1\},\{4,4\},\{3,4\},\{3,1\}$	-2+3-4=-2
a^{42}	$\{4,2\},\{4,4\},\{3,4\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\}$	1-2+3-2+1-2=-1
a^{43}	$\{4,3\},\{4,4\},\{3,4\},\{3,1\},\{1,1\},\{1,2\},\{2,2\},\{2,3\}$	1-2+3-2+1-2+2-2=-1
a^{46}	$\{4,6\},\{4,4\},\{3,4\},\{3,6\}$	1-2+1-2=-2

Получен оптимальный план перевозок, т.к. среди оценок Δ_{ij} нет положительных.

Таким образом, на пятой итерации получен оптимальный план перевозок

$$X^* = \begin{bmatrix} 20 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 39 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 30 & 0 \end{bmatrix},$$

при котором минимальная суммарная стоимость всех перевозок равна $L_{\min} = 319$ ден. ед.

Варианты заданий:

---

1. Запасы пунктов отправления $a = [25 \quad 37 \quad 11 \quad 40 \quad 5]$.

   Запасы пунктов назначения $b = [20 \quad 27 \quad 28 \quad 16 \quad 27]$.

   Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 38 & 42 & 46 & 34 & 47 \\ 22 & 48 & 21 & 13 & 26 \\ 46 & 21 & 40 & 15 & 14 \\ 35 & 38 & 15 & 6 & 36 \\ 10 & 4 & 6 & 18 & 44 \end{bmatrix}$.

2. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 17 & 5 & 5 & 48 & 48 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 28 & 27 & 22 & 20 & 26 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 20 & 46 & 17 & 26 & 24 \\ 5 & 12 & 18 & 15 & 36 \\ 25 & 31 & 42 & 11 & 39 \\ 19 & 46 & 14 & 49 & 4 \\ 34 & 18 & 23 & 8 & 43 \end{bmatrix}$.

---

3. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 34 & 39 & 35 & 41 & 48 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 60 & 52 & 45 & 13 & 27 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 22 & 21 & 17 & 29 & 43 \\ 23 & 18 & 21 & 2 & 4 \\ 44 & 24 & 18 & 48 & 17 \\ 31 & 29 & 24 & 38 & 29 \\ 34 & 49 & 21 & 1 & 24 \end{bmatrix}$.

---

4. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 6 & 34 & 23 & 28 & 17 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 26 & 17 & 23 & 28 & 14 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 47 & 29 & 21 \\ 49 & 41 & 46 & 43 & 42 \\ 12 & 2 & 17 & 35 & 41 \\ 20 & 16 & 22 & 33 & 35 \\ 33 & 31 & 44 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

---

5. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 23 & 31 & 42 & 24 & 38 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 38 & 44 & 29 & 18 & 29 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 5 & 28 & 31 & 25 & 7 \\ 48 & 26 & 38 & 8 & 35 \\ 14 & 38 & 28 & 31 & 33 \\ 34 & 8 & 7 & 17 & 19 \\ 47 & 43 & 50 & 44 & 10 \end{bmatrix}$.

---

6. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 31 & 16 & 42 & 1 & 12 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 11 & 24 & 27 & 19 & 21 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 16 & 26 & 41 & 20 & 10 \\ 8 & 26 & 33 & 9 & 2 \\ 34 & 48 & 20 & 4 & 44 \\ 35 & 44 & 46 & 41 & 28 \\ 15 & 24 & 28 & 2 & 43 \end{bmatrix}$.

7. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 37 & 44 & 27 & 30 & 17 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 32 & 28 & 38 & 18 & 39 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 42 & 40 & 6 & 33 & 16 \\ 14 & 13 & 33 & 42 & 31 \\ 23 & 22 & 18 & 31 & 48 \\ 39 & 41 & 27 & 43 & 15 \\ 28 & 25 & 30 & 48 & 27 \end{bmatrix}$.

8. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 8 & 25 & 45 & 34 & 27 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 16 & 37 & 20 & 35 & 31 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 5 & 45 & 49 & 34 & 41 \\ 15 & 1 & 36 & 12 & 20 \\ 17 & 24 & 9 & 20 & 26 \\ 46 & 36 & 11 & 42 & 16 \\ 25 & 17 & 26 & 42 & 23 \end{bmatrix}$.

9. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 25 & 39 & 26 & 12 & 34 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 16 & 33 & 38 & 23 & 26 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 25 & 1 & 41 & 18 & 27 \\ 31 & 25 & 33 & 23 & 18 \\ 6 & 48 & 22 & 32 & 48 \\ 4 & 44 & 32 & 12 & 8 \\ 13 & 24 & 47 & 7 & 37 \end{bmatrix}$.

10. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 34 & 12 & 46 & 28 & 44 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 45 & 34 & 19 & 34 & 32 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 9 & 25 & 15 & 47 & 49 \\ 20 & 32 & 11 & 7 & 26 \\ 35 & 5 & 7 & 49 & 10 \\ 5 & 7 & 9 & 16 & 18 \\ 11 & 47 & 1 & 22 & 3 \end{bmatrix}$.

11. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 7 & 35 & 43 & 33 & 36 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 29 & 18 & 44 & 40 & 23 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 28 & 45 & 11 & 34 & 7 \\ 9 & 19 & 49 & 41 & 18 \\ 12 & 18 & 5 & 46 & 42 \\ 37 & 28 & 1 & 12 & 46 \\ 4 & 40 & 21 & 42 & 1 \end{bmatrix}$.

12. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 26 & 27 & 13 & 32 & 23 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 25 & 29 & 33 & 14 & 20 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 8 & 22 & 15 & 30 & 13 \\ 11 & 38 & 44 & 5 & 23 \\ 2 & 11 & 46 & 6 & 43 \\ 20 & 29 & 18 & 7 & 5 \\ 22 & 43 & 38 & 16 & 4 \end{bmatrix}$.

---

13. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 26 & 20 & 29 & 47 & 13 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 27 & 27 & 44 & 13 & 24 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 15 & 37 & 10 & 42 & 9 \\ 40 & 9 & 34 & 12 & 35 \\ 9 & 12 & 36 & 21 & 24 \\ 47 & 34 & 8 & 2 & 7 \\ 7 & 49 & 25 & 48 & 48 \end{bmatrix}$.

---

14. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 1 & 12 & 1 & 33 & 19 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 19 & 8 & 8 & 18 & 13 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 34 & 40 & 34 & 1 & 12 \\ 15 & 35 & 24 & 23 & 28 \\ 45 & 47 & 26 & 44 & 25 \\ 41 & 29 & 38 & 5 & 10 \\ 49 & 6 & 23 & 24 & 5 \end{bmatrix}$.

---

15. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 11 & 49 & 45 & 5 & 38 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 38 & 17 & 22 & 37 & 34 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 4 & 18 & 29 & 7 & 14 \\ 47 & 1 & 7 & 22 & 10 \\ 38 & 27 & 5 & 39 & 24 \\ 3 & 47 & 43 & 20 & 5 \\ 37 & 38 & 26 & 3 & 20 \end{bmatrix}$.

---

16. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 25 & 9 & 21 & 46 & 9 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 39 & 14 & 18 & 25 & 14 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 12 & 26 & 4 & 43 & 21 \\ 45 & 34 & 33 & 26 & 2 \\ 33 & 42 & 30 & 32 & 31 \\ 31 & 40 & 17 & 13 & 25 \\ 10 & 25 & 4 & 38 & 12 \end{bmatrix}$.

17. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 7 & 15 & 9 & 50 & 28 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 27 & 28 & 18 & 16 & 20 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 32 & 15 & 25 & 14 & 43 \\ 7 & 36 & 39 & 13 & 2 \\ 50 & 1 & 10 & 31 & 6 \\ 34 & 28 & 41 & 27 & 48 \\ 10 & 38 & 37 & 45 & 4 \end{bmatrix}$.

---

18. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 29 & 3 & 5 & 48 & 1 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 24 & 20 & 14 & 8 & 20 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 15 & 5 & 46 & 7 & 16 \\ 19 & 8 & 28 & 1 & 1 \\ 15 & 43 & 37 & 8 & 1 \\ 33 & 4 & 9 & 2 & 15 \\ 36 & 36 & 9 & 47 & 24 \end{bmatrix}$.

---

19. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 6 & 25 & 31 & 2 & 31 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 15 & 19 & 23 & 16 & 22 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 1 & 17 & 45 & 12 & 44 \\ 39 & 43 & 3 & 20 & 38 \\ 43 & 22 & 38 & 38 & 32 \\ 9 & 45 & 1 & 25 & 12 \\ 12 & 44 & 21 & 21 & 6 \end{bmatrix}$.

---

20. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 49 & 20 & 19 & 22 & 23 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 34 & 39 & 14 & 27 & 19 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 5 & 40 & 41 & 19 & 50 \\ 2 & 16 & 47 & 8 & 27 \\ 1 & 28 & 31 & 11 & 26 \\ 15 & 42 & 47 & 9 & 29 \\ 33 & 34 & 47 & 1 & 49 \end{bmatrix}$.

---

21. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 46 & 25 & 13 & 27 & 44 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 11 & 31 & 41 & 36 & 36 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 28 & 20 & 46 & 32 & 33 \\ 47 & 1 & 11 & 22 & 17 \\ 28 & 27 & 23 & 8 & 48 \\ 47 & 5 & 38 & 36 & 2 \\ 20 & 42 & 30 & 21 & 28 \end{bmatrix}$.

22. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 46 & 15 & 34 & 30 & 48 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 50 & 35 & 23 & 28 & 37 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 15 & 11 & 41 \\ 9 & 19 & 46 & 30 & 5 \\ 45 & 6 & 34 & 19 & 28 \\ 44 & 30 & 43 & 13 & 10 \\ 47 & 12 & 45 & 37 & 7 \end{bmatrix}$.

---

23. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 44 & 27 & 39 & 39 & 2 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 32 & 17 & 45 & 31 & 26 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 14 & 1 & 35 & 27 & 29 \\ 15 & 39 & 1 & 6 & 42 \\ 12 & 7 & 30 & 33 & 14 \\ 30 & 2 & 49 & 2 & 49 \\ 13 & 1 & 37 & 14 & 10 \end{bmatrix}$.

---

24. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 46 & 13 & 13 & 33 & 13 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 34 & 34 & 12 & 19 & 19 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 18 & 34 & 17 & 30 & 33 \\ 13 & 21 & 7 & 13 & 48 \\ 22 & 37 & 3 & 8 & 7 \\ 8 & 27 & 48 & 46 & 6 \\ 45 & 40 & 45 & 32 & 16 \end{bmatrix}$.

---

25. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 26 & 43 & 9 & 36 & 39 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 28 & 34 & 29 & 34 & 28 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 27 & 44 & 10 & 47 & 13 \\ 31 & 6 & 39 & 48 & 49 \\ 41 & 5 & 1 & 22 & 45 \\ 35 & 23 & 41 & 19 & 30 \\ 31 & 44 & 27 & 50 & 3 \end{bmatrix}$.

---

26. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 13 & 35 & 23 & 45 & 42 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 22 & 33 & 31 & 42 & 30 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 30 & 32 & 39 & 2 & 23 \\ 26 & 21 & 43 & 31 & 41 \\ 28 & 6 & 9 & 34 & 11 \\ 10 & 33 & 32 & 30 & 45 \\ 2 & 24 & 34 & 41 & 24 \end{bmatrix}$.

27. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 1 & 45 & 28 & 44 & 23 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 26 & 16 & 37 & 25 & 37 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 19 & 18 & 13 \\ 36 & 50 & 24 & 42 & 23 \\ 22 & 30 & 4 & 48 & 30 \\ 42 & 1 & 44 & 15 & 1 \\ 22 & 50 & 46 & 22 & 10 \end{bmatrix}$.

28. Запасы пунктов отправления $a = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 & 42 & 5 \end{bmatrix}$.

Запасы пунктов назначения $b = \begin{bmatrix} 12 & 9 & 13 & 16 & 10 \end{bmatrix}$.

Матрица стоимости перевозок $C = \begin{bmatrix} 43 & 43 & 42 & 9 & 11 \\ 47 & 37 & 14 & 24 & 10 \\ 36 & 43 & 41 & 31 & 47 \\ 38 & 14 & 14 & 4 & 19 \\ 2 & 48 & 38 & 4 & 21 \end{bmatrix}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Сформулировать постановку транспортной задачи.
2. Записать условие баланса транспортной задачи.
3. Какие решения транспортной задачи называются вырожденными, а какие не вырожденными? Как рассчитать оценки свободных клеток.
4. Допустимый план. Оптимальный план.
5. Алгоритм распределительного метода