Практическое занятие №12

Тема: «Нахождение решений обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса»
Цель: получение практических навыков решений ОДУ при помощи формул Адамса.
Предварительная подготовка: изучить материал параграфов «Метод Адамса» (по конспекту).
Количество часов: 2 часа
Оборудование: калькулятор.

Краткая теория

Метод Адамса

Для начала процесса нужны четыре начальных значения y_0, y_1, y_2, y_3 – так называемый начальный отрезок, который может быть найден, исходя из начального условия с использованием одного из известных методов. Обычно начальный отрезок решения находится методом Рунге-Кутта.

Зная y_0, y_1, y_2, y_3, можно определить $q_0 = hy_0'$; $q_1 = hy_1'$ $q_2 = hy_2'$ $q_3 = hy_3'$

Далее составляется таблица разностей величины q и вычисляется $\Delta y_i = q_i + \frac{1}{2}\Delta q_{i-1} + \frac{3}{8}\Delta^3 q_{i-3}$. Далее вычисляется $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$.

i	x_i	y_i	Δy_0	$y_i' = f(x_i, y_i)$	$q_i = h \cdot y_i'$	Δq_i	$\Delta^2 q_i$	$\Delta^3 q_i$
0	x_0	y_0		$f(x_0, y_0)$	q_0	Δq_0	$\Delta^2 q_0$	$\Delta^3 q_0$
1	x_1	y_1		$f(x_1, y_1)$	q_1	Δq_1	$\Delta^2 q_1$	
2	x_2	y_2		$f(x_2, y_2)$	q_2	Δq_2		
3	x_3	y_3	Δy_3	$f(x_3, y_3)$	q_3	Δq_3		
4	x_4	y_4						
5	x_5	y_5						
6	x_6	y_6						

Пояснение к работе

Задание. Вычислить при x=1,5 значение решения дифференциального уравнения $y' = y - x$ с начальным условием $x_0 = 0, y_0 = 1{,}5$, методом Адамса, приняв h=0,25.

Вычисления вести с четырьмя знаками после запятой.

Решение. Начальный отрезок y_0, y_1, y_2, y_3 возьмем из решения задания 1. Все вычисления занесем в таблицу.

i	x_i	y_i	Δy_i	$y_i' = f(x_i, y_i)$	$q_i = hy_i'$	Δq_i	$\Delta^2 q_i$	$\Delta^3 q_i$
0	0	1,5000		1,5000	0,3750	0,0355	0,0101	0,0028
1	0,25	1,8920		1,6420	0,4105	0,0456	0,0129	0,0037
2	0,50	2,3243		1,8243	0,4561	0,0585	0,0166	0,0047
3	0,75	2,8084	0,5504	2,0584	0,5146	0,0751	0,0213	
4	1,00	3,3588	0,6336	2,3588	0,5897	0,0964		
5	1,25	3,9944	0,7450	2,7444	0,6861			
6	1,50	4,7394						

Ответ: y(1,5)=4,7394.

Задание

Вычислить при x=b значение решения дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$ с начальным условием $y(x_0) = y_0$, методом Адамса, приняв h=0,2:

Начальный отрезок y_0, y_1, y_2, y_3 возьмем из решения практической работы №11. Вычисления вести с четырьмя знаками после запятой.

Вар-т	$y' = f(x,y)$	$y(x_0) = y_0$	$[a,b]$
1.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{5}}$	$y_0(1{,}8) = 2{,}6$	$x \in [1{,}8;2{,}8]$
2.	$y' = x + \cos\frac{y}{3}$	$y_0(1{,}6) = 4{,}6$	$x \in [1{,}6;2{,}6]$
3.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{10}}$	$y_0(0{,}6) = 0{,}8$	$x \in [0{,}6;1{,}6]$
4.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{7}}$	$y_0(0{,}5) = 0{,}6$	$x \in [0{,}5;1{,}5]$
5.	$y' = x + \cos\frac{y}{\pi}$	$y_0(1{,}7) = 5{,}3$	$x \in [1{,}7;2{,}7]$
6.	$y' = x + \cos\frac{y}{2{,}25}$	$y_0(1{,}4) = 2{,}2$	$x \in [1{,}4;2{,}4]$
7.	$y' = x + \cos\frac{y}{e}$	$y_0(1{,}4) = 2{,}5$	$x \in [1{,}4;2{,}4]$
8.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{2}}$	$y_0(0{,}8) = 1{,}4$	$x \in [0{,}8;1{,}8]$
9.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{0{,}3}}$	$y_0(0{,}5) = 0{,}6$	$x \in [0{,}5;1{,}5]$
10.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{0{,}7}}$	$y_0(1{,}2) = 1{,}4$	$x \in [1{,}2;2{,}2]$
11.	$y' = x + \cos\frac{y}{1{,}25}$	$y_0(0{,}4) = 0{,}8$	$x \in [0{,}4;1{,}4]$
12.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{1{,}5}}$	$y_0(0{,}3) = 0{,}9$	$x \in [0{,}3;1{,}3]$
13.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{1{,}3}}$	$y_0(1{,}2) = 1{,}8$	$x \in [1{,}2;2{,}2]$
14.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{0{,}3}}$	$y_0(0{,}7) = 2{,}1$	$x \in [0{,}7;1{,}7]$
15.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{0{,}7}}$	$y_0(0{,}9) = 1{,}7$	$x \in [0{,}9;1{,}9]$

Вар-т	$y' = f(x,y)$	$y(x_0) = y_0$	$[a,b]$
16.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{3}}$	$y_0(1{,}2) = 2{,}1$	$x \in [1{,}2;2{,}2]$
17.	$y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{11}}$	$y_0(2{,}1) = 2{,}5$	$x \in [2{,}1;3{,}1]$
18.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{5}}$	$y_0(1{,}8) = 2{,}6$	$x \in [1{,}8;2{,}8]$
19.	$y' = x + \sin\frac{y}{3}$	$y_0(1{,}6) = 4{,}6$	$x \in [1{,}6;2{,}6]$
20.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{10}}$	$y_0(0{,}6) = 0{,}8$	$x \in [0{,}6;1{,}6]$
21.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{7}}$	$y_0(0{,}5) = 0{,}6$	$x \in [0{,}5;1{,}5]$
22.	$y' = x + \sin\frac{y}{\pi}$	$y_0(1{,}7) = 5{,}3$	$x \in [1{,}7;2{,}7]$
23.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{2{,}8}}$	$y_0(1{,}4) = 2{,}2$	$x \in [1{,}4;2{,}4]$
24.	$y' = x + \sin\frac{y}{e}$	$y_0(1{,}4) = 2{,}5$	$x \in [1{,}4;2{,}4]$
25.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{2}}$	$y_0(0{,}8) = 1{,}3$	$x \in [0{,}8;1{,}8]$
26.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{3}}$	$y_0(1{,}1) = 1{,}5$	$x \in [1{,}1;2{,}1]$
27.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{11}}$	$y_0(0{,}6) = 1{,}2$	$x \in [0{,}6;1{,}6]$
28.	$y' = x + \sin\frac{y}{1{,}25}$	$y_0(0{,}5) = 1{,}8$	$x \in [0{,}5;1{,}5]$
29.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{15}}$	$y_0(0{,}2) = 1{,}1$	$x \in [0{,}2;1{,}2]$
30.	$y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{1{,}3}}$	$y_0(0{,}1) = 0{,}8$	$x \in [0{,}1;1{,}1]$

Отчет должен содержать

1. Название, цель и задание работы.
2. Подробное решение задания.
3. Ответ, содержащий обоснование полученных результатов и выводов.

Контрольные вопросы

1. Основные определения раздела.
2. Алгоритм метода Адамса